VARIANTA 5

MATEMATICA-INFORMATICA

SUBIECTUL I:

1. Condiţia ca trei numere să fie în progresie aritmetică este ca al doilea termen să fie medie aritmetică a celorlalţi doi. În consecinţă din ecuaţia $x+1=\frac{(x-1)+(3x-1)}{2}$ rezultă $2(x+1)=x-1+3x-1 \Leftrightarrow 2x+2=4x-2 \Leftrightarrow 2x=4 \Leftrightarrow x=2$.

2. Deoarece un produs de mai mulţi factori este egal cu zero dacă cel puţin un factor este zero şi observând că $f(5)=5-5=0$ rezultă $f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(10)=f(0)\cdot\ldots\cdot f(5)\cdot\ldots\cdot f(10)=f(0)\cdot\ldots\cdot 0\cdot\ldots\cdot f(10)=0$.

3. Punem condiţiile de existenţă:
   - $x-1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 1 \Leftrightarrow x\in[1,\infty)$;
   - $x-3\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 3 \Leftrightarrow x\in[3,\infty)$;

   Din care prin intersecţie rezultă că domeniul maxim pe care are sens ecuaţia este $[3,\infty)$.
   Prin ridicare la pătrat obţinem $x-1=x^2-6x+9 \Leftrightarrow x^2-7x+10=0$ care are soluţiile: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{7\pm\sqrt{7^2-4\cdot 1\cdot 10}}{2\cdot 1}=\frac{7\pm\sqrt{49-40}}{2}=\frac{7\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{7\pm 3}{2}$ din care $x_1=\frac{7+3}{2}=\frac{10}{2}=5\in[3,\infty)$ şi $x_2=\frac{7-3}{2}=\frac{4}{2}=2\notin[3,\infty)$.

4. Numărul de submulţimi ordonate cu k elemente ale unei mulţimi cu n elemente este dat de numărul de aranjamente de n luate câte k, adica $A_n^k=n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)$ (sau $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$).
   În cazul nostru avem $n=7$ şi $k=2$ deci numărul de submulţimi căutat este egal cu **42** conform următoarelor calcule: $A_7^2=7(7-1)=7\cdot 6=42$ (sau $A_7^2=\frac{7!}{(7-2)!}=\frac{7!}{5!}=6\cdot 7=42$).